Prof. G. Zachmann
René Weller

TU Clausthal
Institut für Informatik
16. Dezember 2010

Wintersemester 2010/11

Übungen zu Computergraphik I - Blatt 8

Abgabe am 12. 1. 2011

Aufgabe 1 (Clipping-Algorithmen, *4 Punkte*)

Gegeben sind zwei konvexe graphische Objekte im 3D. Ein graphisches Objekt sei hierbei eine Menge von Polygonen, die ein geschlossenes, konvexes Polyeder bilden.

Beschreiben Sie einen Algorithmus, der angibt, ob die beiden Objekte sich schneiden.

Aufgabe 2 (Transformationen, *2+2 Punkte*)

a) Schauen Sie sich das Applet Transformation Game[1] an.
Geben Sie die Transformationen inklusive Reihenfolge für die Level 13 und 15 an.

b) Sei folgende Transformation gegeben:

$$M = S(s_x, s_y, s_z) \cdot T(t_x, t_y, t_z) \cdot R(\phi, r_x, r_y, r_z)$$

Geben Sie die Inverse M^{-1} an.

Aufgabe 3 (Sampling der Einheitskugel, *2+2 Punkte*)

a) Alle Punkte einer Einheitskugel sind durch folgende parametrische Form mit den Winkeln $\theta, \phi \in \mathbb{R}$ gegeben:

$$F(\theta, \phi) = \begin{pmatrix} \sin\theta\cos\phi \\ \sin\theta\sin\phi \\ \cos\theta \end{pmatrix}$$

Leiten Sie diese Formel her, indem Sie zwei Rotationsmatrizen $R_1(\theta)$ und $R_2(\phi)$ finden, so dass die folgende Gleichung gilt:

$$F(\theta, \phi) = R_1(\theta)R_2(\phi)\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Begründen Sie Ihre Wahl von $R_1(\theta)$ und $R_2(\phi)$.

b) Angenommen, die Parameter θ, ϕ werden mit einer uniformen Wahrscheinlichkeitsverteilung im Intervall $[-\pi, \pi) \times [0, 2\pi)$ generiert. Ergeben die damit in Teil a) erzeugten Punkte auch eine uniforme Wahrscheinlichkeitsverteilung auf der Einheitskugel? (M.a.W.: sind die so erzeugten Punkte auf der Einheitskugel gleichverteilt?) Begründen Sie Ihre Antwort.

[1] `http://www.cs.brown.edu/exploratories/freeSoftware/repository/edu/brown/cs/exploratories/applets/transformationGame/transformation\_game\_guide.html`

Aufgabe 4 (Rotationen im $\mathbb{R}^3$ und $\mathbb{R}^4$, *1+2 Punkte*)

a) Aus der Vorlesung wissen Sie, dass im $\mathbb{R}^3$ eine Rotation genau eine Rotationsachse hat, d.h., sie läßt alle Vektoren einer bestimmten Richtung unverändert. (NB: diese Vektoren sind also Eigenvektoren zum Eigenwert 1 dieser Rotationsmatrix.)

   Gilt dies auch für Rotationen im $\mathbb{R}^4$? Geben Sie ein Beispiel an.

b) Welche geometrischen Gebilde können von einer Rotation im $\mathbb{R}^4$ invariant gelassen werden?

Aufgabe 5 (Window-Transformationen im $\mathbb{R}^2$, *2 Punkte*)

Gegeben sei ein 2D-Rechteck, das sog. *Window*[2], und ein weiteres 2D-Rechteck, der sog. *Viewport*[3]. Das Window sei gegeben durch die linke, untere Ecke $\mathbf{w}^1 \in \mathbb{R}^2$ und die rechte, obere Ecke $\mathbf{w}^2 \in \mathbb{R}^2$. Der Viewport sei gegeben durch die linke, untere Ecke $\mathbf{v}^1 \in \mathbb{R}^2$ und die rechte, obere Ecke $\mathbf{v}^2 \in \mathbb{R}^2$.

Geben Sie die 2D-Transformation an (*window-to-viewport*), so dass das Window komplett innerhalb des Viewports abgebildet wird, der Mittelpunkt des Windows auf den Mittelpunkt des Viewports abgebildet wird, und die Aspect-Ratio (= Breite/Höhe) des Windows erhalten bleibt.

Aufgabe 6 (Projektion, *3 Punkte*)

In der Vorlesung wurde gezeigt, wie man die Projektionsmatrix bestimmt, wenn das Projektionszentrum (der Viewpoint) im Ursprung liegt, und die Projektionsebene bei $z = -d$ liegt (dabei wurden Punkte mit $z \leq 0$ ignoriert).

Konstruieren Sie die Projektionsmatrix für den Fall, dass die Projektionsebene $x - z = 1$ ist. (Der Viewpoint befindet sich also im Ursprung und "schaut" quasi in Richtung $(1, 0, -1)$.)

[2] Man könnte sich vorstellen, dass in dieses Window alle 3D-Punkte innerhalb des View-Frustums nach der Viewing-Transformation und nach der Projektion abgebildet werden.

[3] Hier kann man sich vorstellen, dass dies ein Bereich innerhalb eines Fensters auf dem Desktop ist, in dem das Window plaziert werden soll.