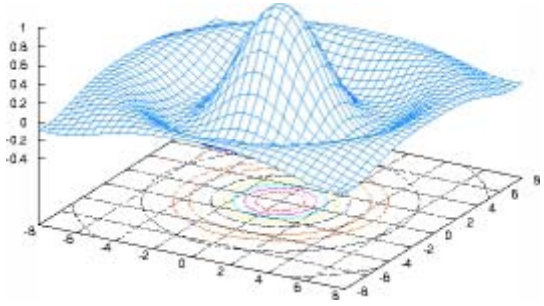
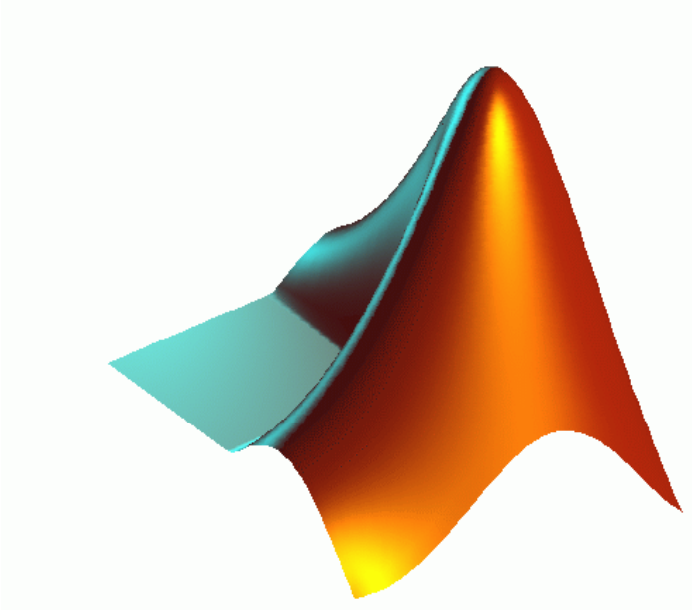
TU Clausthal

Matlab – Eine Einführung

Barbara Hammer
TU Clausthal





Was ist Matlab / Octave?

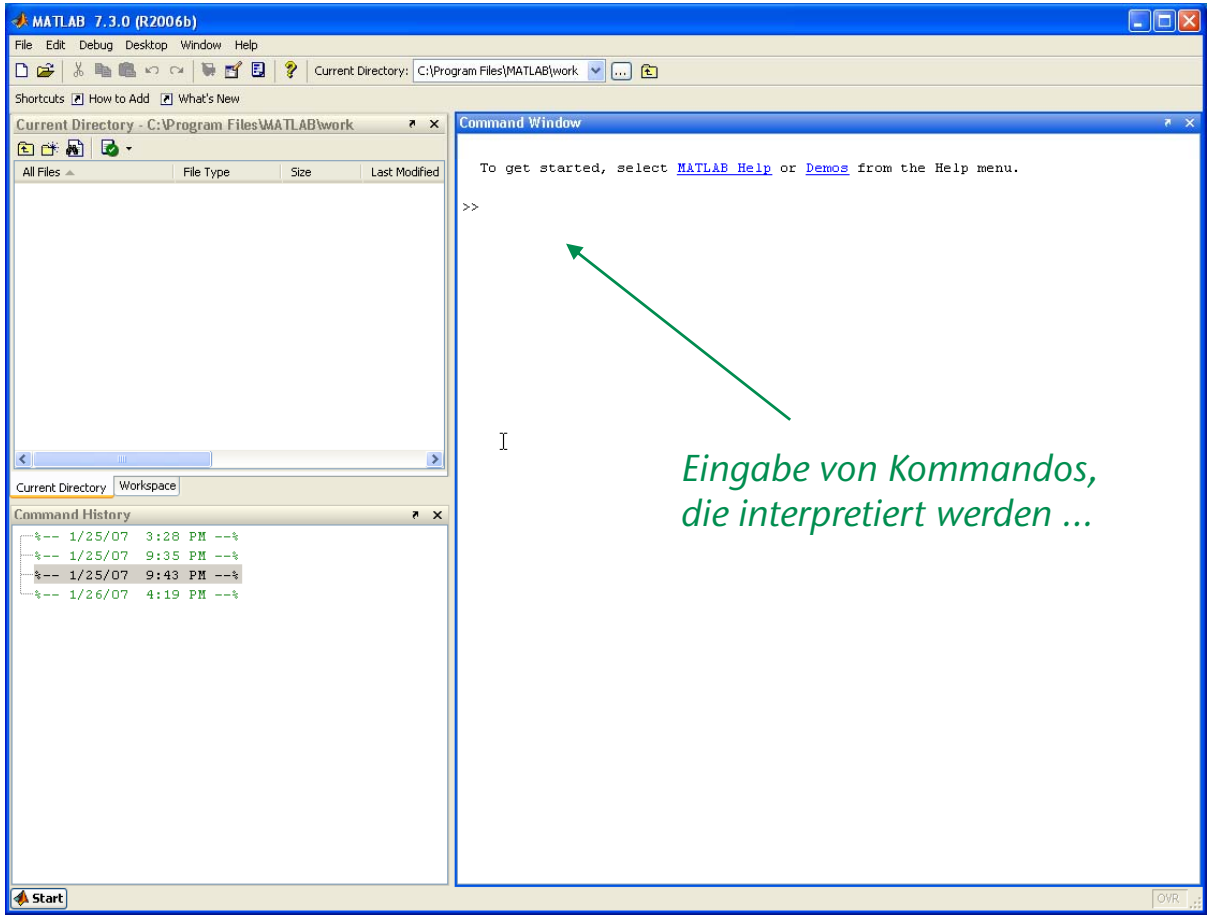
- Matlab ist ein Produkt von MathWorks (www.mathworks.com) für
  - Studierende, Akademiker, kommerzielle Nutzer (gestaffelte Preise, Studierendenlizenz um die 100 €, sonst deutlich teurer)
  - an der Uni durch floating-Lizenzen in den CIP-Pools (Lizenzserver im RZ), sowie über VPN auf dem Applikationsserver des RZ as.rz.tu-clausthal.de (siehe http://www.rz.tu-clausthal.de/dienste/software/campussoftware/matlab/)
- Octave ist eine unter den Bedingungen der GNU General Public Licence frei vertriebene Software (www.gnu.org/software/octave)
  - etwas weniger komfortabel (nur Kommandozeile), aber in großen Teilen mit Matlab kompatibel
  - historisch aus der Begleitsoftware zu einem Lehrbuch über Chemical reactor design (Rawlings/Ekerdt) entstanden
  - nützlich, etwa wenn man zu Hause ohne Serververbindung arbeiten muß
- online Einführung:
  - matlab: homepages.fh-regensburg.de/~wah39067/Matlab/Mtut/Version-3/
  - octave: ww.Gnu.Org/Software/Octave/Doc/Interpreter/

Was ist Matlab / Octave?

- Kern: extrem mächtige Anwendungssprache für mathematische Berechnungen (Lösen von Gleichungssystemen, Nullstellensuche, ...) und mathematische Visualisierung (Funktionsplot, , ...)
- durch anwendungsspezifische Toolboxen und Programme erweiterbar
- Anwendungsgebiete:
  - Wissenschaftliches Rechnen (viele Akademiker publizieren Algorithmen in der Forschung in Matlab)
  - automatisierte Visualisierung von Versuchsdaten
  - Kontrolle und Design von Systemen, Signalverarbeitung (DLR, VW, tcelectronic, Toyota Racing, Boeing, NASA, KURSK Bergungsteam, US airforce, ..., ingenieurwissenschaftliche Studiengänge an der TUC)
  - Hardwareentwurf (technische Informatik)
  - Bioinformatik, Finanzmathematik, Maschinelles Lernen, Numerik
  - ...

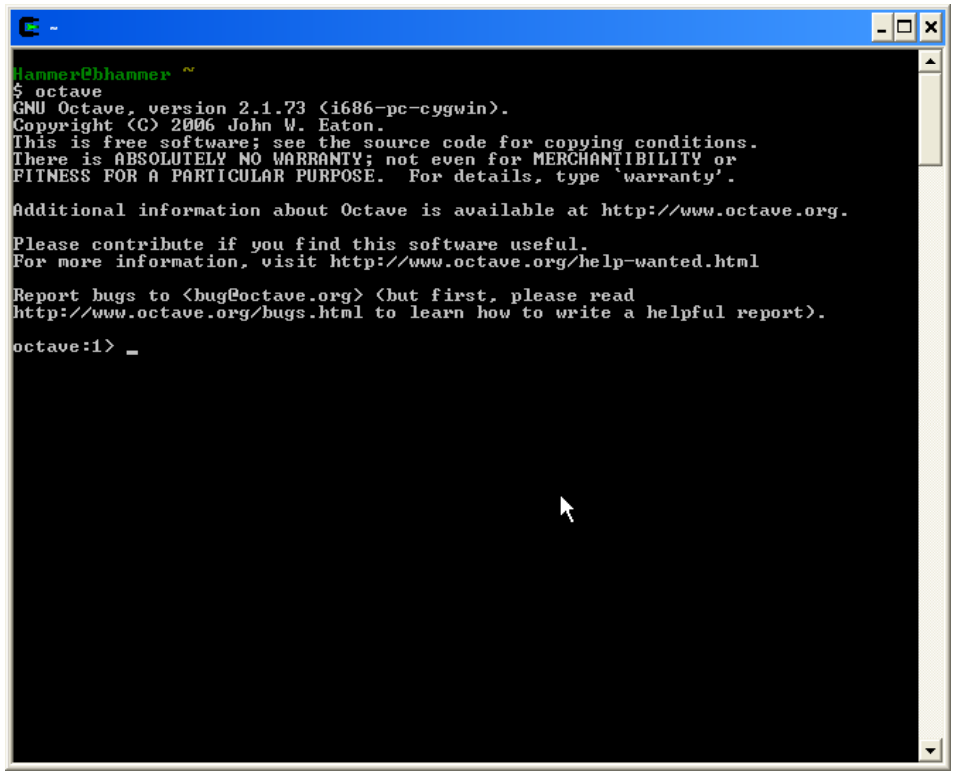
Getting started ...

- matlab:



Getting started ...

- octave: Kommandozeile octave bzw icon



Eingabe von Kommandos, die interpretiert werden...

Hilfe: help -i

Historie: Pfeile ↑ ↓

Variablen: Eingabe des Namens

beenden: exit

Hello world!

- Ausgabe: fprintf('hello world\n')
- Dateien: m-file-Skripts (Extension .m)
  - enthalten eine Liste ausführbarer Befehle → *Beispiel1.m*
  - Kommentar: % ...
  - ausführen: Eingabe des Dateinamens auf der Kommandozeile
  - benutzt Variablen des aktuellen workspace
- Variablen:
  - Typen
    - Zahlen (z.B. 42, $1.0e^{-10}$), komplexe Zahl (z.B. 42 + 42i)
    - String (z.B. 'helloworld') → *Beispiel2.m*
    - Vektor (z.B. [1 2 3]), Matrix (z.B. [1 2 3 ; 4 5 6])
    - Struktur (Komponenten als x.y)
  - werden einfach zugewiesen, gegebenenfalls überschrieben, ‚ans' ist je der zuletzt berechnete Wert, clear macht den workspace leer
  - Matlab kann rechnen!

Hello world!

- Beispiel – Matrixoperationen, die Basis von Matlab:

→ *Beispiel3.m*

```
% Definition von Vektoren und Matrizen
a = [1 2 3]      % Vektor
a = [1,2,3]
a = [1 : 3]      % Vektor, angegeben durch Grenzen
b = [1 2 3 ; 4 5 6] % Matrix
b = [1:3 ; 4:6]
c = [1:3:19]    % Schrittweite 3
d = ones(7,7) % Matrix mit Eintrag 1
e = rand(7,7)  % Matrix mit gleichverteilten Zufallszahlen
f = diag(c)      % Diagonalmatrix mit Diagonale c

% einfache Zugriffsoperationen
[rows columns] = size(a)  % Dimensionen einer Matrix
a(1)     % Elemente
a(1,2)   % Indizierung: Zeile, Spalte
b(2,3)
b(5)     % Konvertierung Matrix -> Vektor durch Konkatenierung der Spalten
```

Hello world!

- Beispiel – Matrixoperationen (contd.):

```
% Matrixoperationen
b = b'   % Transponieren
b(5)
d + f
d/f
d*10
d./f
b(1,:)        % Zeilen
b(:,1)        % Spalten
d(1:3 , 2:4) % Teile einer Matrix
[d d]         % Konkatenieren von Matrizen
b(:,2)=[]     % zweite Spalte löschen
b == 1        % binäre Matrix mit elementweisem Test

% komplexere Funktionen
sum(e)                                    % summiert die Elemente Spaltenweise
[sortiert index] = sort(e)                % sortiert alle Elemente einer Spalte
[sortiertrows indexrows] = sortrows(e,2) % sortiert die Zeilen basierend auf Spalte 2
```

Hello world!

→ *Beispiel4.m*

- Beispiel – ein erstes Programm:

```
% Berechne für 'helloworld' die Summe der Zahlen entsprechend den Buchstaben

a = 'helloworld'              % String = Vektor von Buchstaben
% oder: a = ['hello' 'world']
% oder: a = [ 'h' 'e' 'l' 'l' 'o' ; 'w' 'o' 'r' 'l' 'd' ]
% oder: a = [ 'hello' ; 'world' ]     % Matrix von Strings derselben(!) Länge
%Anmerkung: Strings unterschiedlicher Länge werden in Cell Arrays gespeichert

 % Buchstaben in Zahlen umrechnen
alphabet = ['a' : 'z']
zahlen = [1 : 26]

variable = a
```

Hello world!

- Beispiel – ein erstes Programm (contd.):

```
[m n] = size(variable); % semicolon: Variable wird nicht ausgegeben
[o p]  = size(alphabet);  % Achtung: Zeilen und Spalten werden angegeben!

erg = 0;
for i = 1:m
   for j = 1:n
      for k = 1:p
         if ( variable(i,j) == alphabet(k) )
            erg = erg + zahlen(k);
         end
      end
   end
end

fprintf('Die Summe gibt %d\n',erg)
```

Hello world!

→ *Beispiel5.m*

- Beispiel – Ablaufstrukturen in Matlab:

```
erg=0;
% for-Schleife: durchläuft den Index i wie angegeben eine feste Anzahl
% Schritte

for i=1:10
   fprintf('Durchlauf Nummer %d\n',i);
   erg=erg+i;
end;
erg    %enthält 1+2+3+...+10

erg=0;
for i=1:2:10
   fprintf('Durchlauf mit Variable i= %d\n',i);
   erg=erg+i;
end;
erg    %enthält 1+3+5+7+9
```

Hello world!

- Beispiel – Strukturen in Matlab (contd.):

```
% if-Anweisung: springt je nachdem, was erfüllt ist, zum entsprechenden
% Programmteil

erg=8;

if (floor(erg/2)==erg/2)
   fprintf('%d ist gerade\n',erg);
else
   fprintf('%d ist ungerade\n',erg);
end;
```

Hello world!

- Beispiel – Strukturen in Matlab (contd.):

```
% while Schleife: durchläuft diese solange, bis die Bedingung nicht mehr erfüllt ist

i=0;
erg=0;
while i<10
   erg=erg+i;
   i=i+1;
end;
erg       %das hätte man auch durch for-Schleife machen können

erg=19;
i=0;
while ((erg>1)&&(erg<10000))
   if (floor(erg/2)==erg/2) erg = erg/2
   else erg = 3*erg +1
   end;
   i=i+1;
end;
i         %das dagegen ginge nicht mit einer for-Schleife
```

Hello world!

→ *buchstabensumme.m*

- Beispiel – ein erstes Programm (als m-Funktion):
  - gespeichert im file <name>.m, Aufruf <name>(..)
  - lokale Variablen, nargin = Anzahl Eingabeelemente

```
function [erg] = buchstabensumme(variable)
if (nargin<1)                                    % genug Parameter?
   fprintf('keine Eingabe');  erg = 0;  return
end
% Buchstaben in Zahlen umrechnen
alphabet = ['a' : 'z']; zahlen = [1 : 26];
[m n] = size(variable); [o p] = size(alphabet); erg = 0;
for i = 1:m
   for j = 1:n
      for k = 1:p
         if ( variable(i,j) == alphabet(k) )
            erg = erg + zahlen(k);
         end
      end
   end
end
```

Hello world!

→ *buchstabensummeopt.m*

- Beispiel – ein erstes Programm (als Matrix):

```
function [erg] = buchstabensummeopt(variable)

 if (nargin<1)
    fprintf('keine Eingabe');
    erg = 0;
    return
end

 % Buchstaben in Zahlen umrechnen
alphabet = ['a' : 'z'];
zahlen = [1 : 26];
 erg = 0;
 for k = 1:26
    erg = erg + sum(zahlen(k)* (variable == alphabet(k)));
end
erg = erg';
erg = sum(erg);
```

Hello world!

- Matrizen als Basiselemente
  - viele Operationen arbeiten direkt auf Matrizen
  - Matrixoperationen extrem schnell
- Variablen
  - direkt zuweisen
  - ein globaler workspace (clear, save(name), load(name) -> .mat files)
- Strukturelemente:
  - m-files mit Funktionen und lokalen Variablen
  - if <expression> then ... elseif ... end
  - for <variable> = <expression> ... end
  - while <expression> ... end
  - switch, break und return
- viele spezielle Funktionen ...

Hello world!

- Beispiel – Rekursion:

→ *fac.m*

```
function [erg] = fac(a)

if a==0
   fprintf('hello world!\n')
   erg=1;
else
   fprintf('hello world!\n')
   erg = a*fac(a-1);
end
```

- Achtung: um selbst definierte Funktionen zu finden
  - Pfad (file → set path → add folder → save)
  - oder current directory passend setzen

Matrizen I

Die Schneehöhe:

- Es schneit und schneit und schneit ganz gleichmäßig. Jede Stunde wird die Schneehöhe gemessen: 8 Uhr – 5 cm, 9 Uhr – 5.2 cm, 10 Uhr – 5.5 cm,11 Uhr – 6 cm, 12 Uhr – 6.3 cm, 13 Uhr – 6.7 cm, 14 Uhr – 7.2 cm, 15 Uhr – 7.9 cm, 16 Uhr – 8.5 cm,17 Uhr – 9 cm, 18 Uhr – 9.2 cm, 19 Uhr – 9.5 cm, 20 Uhr – 10 cm, 21 Uhr – 10.2 cm, 22 Uhr – 10.4 cm, 23 Uhr – 10.7 cm
- Wie viel Schnee muss voraussichtlich morgen früh um 8 geschippt werden?

Matrizen I

Die Schneehöhe:

- Vektor der x-Werte: [8,9,10,...,23]
- Vektor der y-Werte:
  [5,5.2,5.5,6,6.3,6.7,7.2,7.9,8.5,9,9.2,9.5,10,10.2,10.4,10.7]
- wir nehmen ein lineares Modell an: y = a+b*x (→ Ausgleichsgerade durch die Meßwerte)
- a und b müssen aus den Daten bestimmt werden
- dann ist die Schneehöhe morgen um 8 Uhr der Wert a+b*(8+24)

Matrizen I

Die Schneehöhe:

- a und b müssen aus den Daten bestimmt werden
- Methode der kleinsten Quadrate: minimiere

$$\sum_i ((a + b \cdot x_i) - y_i)^2 = \left\| \begin{pmatrix} 1 & x_1 \\ \cdots & \\ 1 & x_n \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} y_1 \\ \cdots \\ y_n \end{pmatrix} \right\|^2 = \|X^t A - Y\|^2$$

- Ableiten und gleich Null setzen →

$$X^t(X^t A - Y) = 0 \Rightarrow A = (X^t X)^{-1} X^t Y$$

- sogenannte Pseudoinverse von X

Matrizen I

→ *schnee.m*

Die Schneehöhe:

```
function [hoehe] = schnee(wann)

%Messwerte
X = [8:23];
Y = [5,5.2,5.5,6,6.3,6.7,7.2,7.9,8.5,9,9.2,9.5,10,10.2,10.4,10.7];
X = [ones(1,16);X];
X=X';
Y=Y';

%Parameter durch Pseudoinverse bestimmen
A = (X'*X)^-1*X'*Y

%alternativ ist das eingebaut
%A = pinv(X)*Y

hoehe = A(1) + A(2)*wann;
```

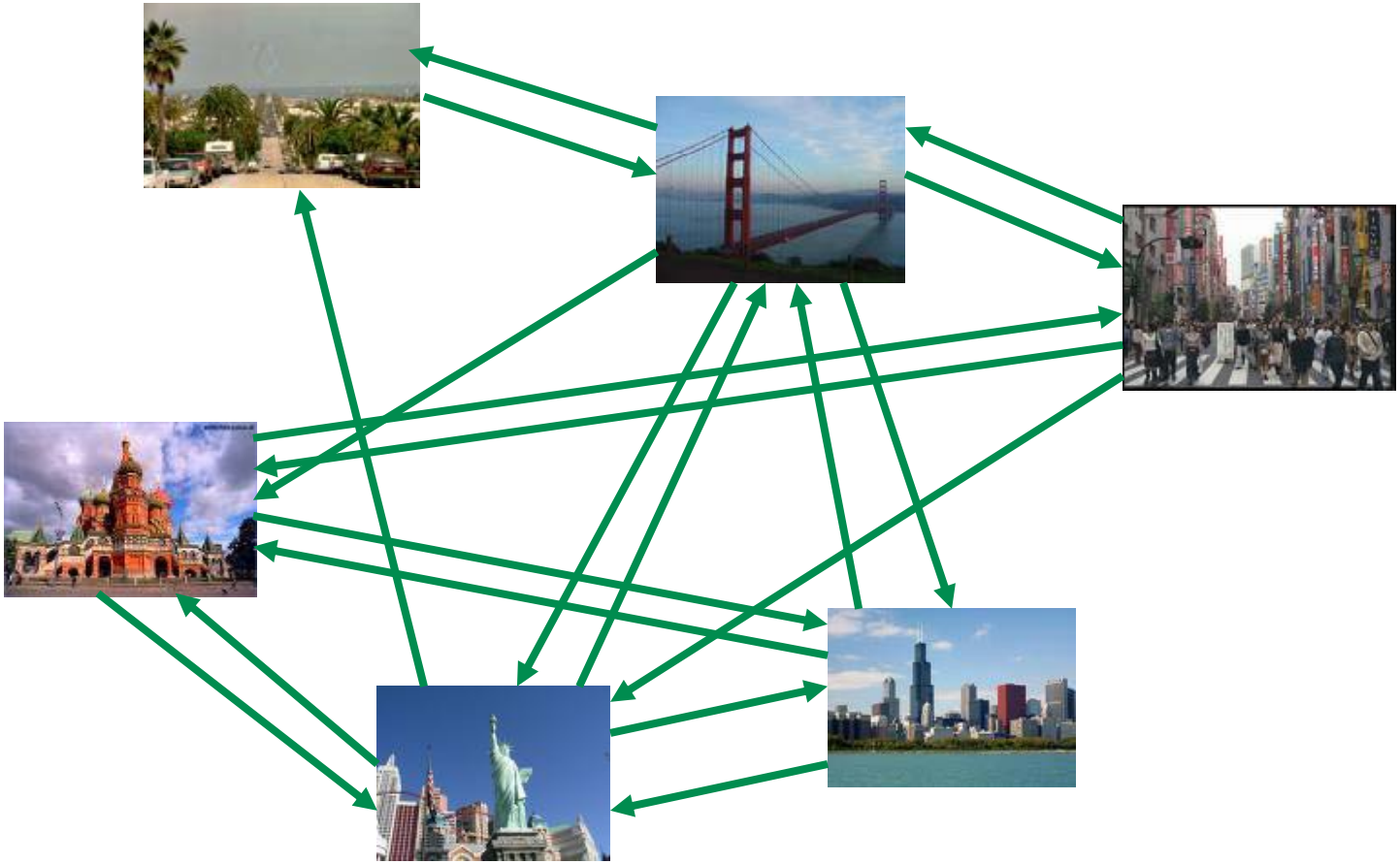
Matrizen II

- Around the world in 80 days:
- .. ist heute kein Problem mehr, eher die Vielzahl der schnellen Flugverbindungen (wenn auch nicht gerade von Clausthal aus ...). Angenommen, es gibt Direktflüge von
  - San Diego nach San Francisco
  - San Francisco überallhin
  - Chicago nach San Francisco, New York, Moskau
  - New York nach San Diego, San Francisco, Chicago, Moskau
  - Moskau nach Chicago, New York, Tokyo
  - Tokyo nach San Francisco, New York, Moskau
- Wieviele Wege mit maximal 80 Zwischenstopps gibt es?






Matrizen II



Matrizen II

- Adjazenzmatrix A_{ij} : gibt es einen Weg von *i* nach *j*?
- Indizes *1*: San Diego, *2*: San Francisco, *3*: Chicago, *4*: New York, *5*: Moskau, *6*: Tokyo

0	1	0	0	0	0
1	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	0
1	1	1	0	1	0
0	0	1	1	0	1
0	1	0	1	1	0

- $(A^2)_{ij} = A_{i1}A_{1j} + \ldots + A_{in}A_{nj}$ Anzahl der Wege mit 1 Stopover

- A^n = Anzahl der Wege mit genau *n-1* Stopovers
- $A^1 + \ldots + A^n$ = Anzahl der Wege mit maximal *n-1* Stopovers

Matrizen II

→ *Beispiel6.m*

```
% Anzahl Verbindungen mit maximal 80 Zwischenstops

n = 80;

A = [
0  1  0  0  0  0;
1  0  1  1  1  1;
0  1  0  1  1  0;
1  1  1  0  1  0;
0  0  1  1  0  1;
0  1  0  1  1  0];

B = A;
An = A;

for i=2:n+1
   An = An * A;
   B = B + An;
end

An
B
```

Matrizen III

- Geheimbotschaften:

  8 5 12 12 15 27 23 15 18 12 4

- 'hello world' kodiert mit der Nummer des Buchstabens im Alphabet

→ *encrypt.m*

```
function [erg] = encrypt(text)
if (nargin<1)
   fprintf('keine Eingabe');
   erg = [];
   return
end
% Buchstaben in Zahlen umrechnen
alphabet = ['a' : 'z',' ']
zahlen = [1 : 27]
[m n] = size(text);
erg = zeros(1,n);
for k = 1:27
   erg = erg + zahlen(k)* (text == alphabet(k));
end
```

Matrizen III

- ziemlich leicht zu entschlüsseln

137 93 42 -153 239 155 75 -238 82 52 132 -56

- jeder Block wird zusätzlich mit einer Matrix *M* multipliziert
- *M = (*3 1 4 5; 2 1 1 5; 8 -2 3 -4; -2 -1 -2 -9*)*

- hello world

→ *8 5 12 12 15 27 23 15 18 12 4*

→ *8 5 12 12 15 27 23 15 18 12 4 0*

→ $M*(8\ 5\ 12\ 12)^t\ M*(15\ 27\ 23\ 12)^t\ M*(18\ 12\ 4\ 0)^t$

→ *137 93 42 -153 239 155 75 -238 82 52 132 -56*

Matrizen III

→ *encryptmatrix.m*

```
function [erg] = encryptmatrix(text,matrix)

if (nargin<1)
   fprintf('keine Eingabe');    erg = [];  return
end

if (nargin<2 || isempty(matrix) || sum(size(matrix) ~=size(matrix')) || det(matrix)==0 )
   matrix = [3 1 4 5; 2 1 1 5; 8 -2 3 -4; -2 -1 -2 -9];
   fprintf('encryption matrix is '); matrix fprintf('\n');
end

alphabet = ['a' : 'z',' ', 'A' : 'Z', '0' : '9', '.', ',', ';', '-'];
zahlen = [1 : 67];

[m n] = size(text);
erg = zeros(1,n);

for k = 1:67
  erg = erg + zahlen(k)* (text == alphabet(k));
end
```

Matrizen III

```
[k l] = size(matrix);

if (mod(n,l) ~= 0)
    erg = [erg zeros(1,l-mod(n,k))];
    [m n] = size(erg);
end

for i=1:l:n-l+1
   erg(i:i+l-1) = matrix * erg(i:i+l-1)';
end
```

→*juleverne aufrufen*
→*encryptmatrix(text)*

Matrizen III

```
 182  149  163 -214  272  198   96 -324  399  369
-149 -630  308  239   78 -361  128   78  183  -99
 263  126  107 -201   64   40   59  -49  291  173
 137 -266  141   53  119  -84  369  274   13 -473
 123   65    7 -104  221  151  100 -249  281  206
  30 -334   43   33   -9  -56  201  104  149 -151
 173  148  -82 -264  122   83   84 -111  327  228
  15 -335  212  123   75 -210  160   65  179  -96
 141   83  133 -100  187  153   55 -230  342  217
 494 -269  202  152  -49 -247  236  174    0 -300
 195  113   -1 -192  408  215   64 -387  529  297
 368 -469  233  163  307 -220  227  165  -13 -292
 177  123  227 -158  239  185  131 -282  414  214
 119 -387  424  334  -95 -581  796  566  282 -882
 297  210  166 -338  529  296  382 -468  586  444
 255 -655  121   93  -57 -150  374  281  -13 -488
 463  253  161 -426  240  157  196 -223  169  139
 -15 -226  337  241   37 -404   62   49  -36  -73
 456  247  161 -420  223  188   51 -301  218  147
  21 -244  148  116  -43 -181  181  130  158 -174
 355  271  -95 -482  146   84   72 -138  204  158
 -36 -280   61   42   13  -63  281  212  132 -334
 737  517  249 -804  384  215  543 -270  203  173
  97 -250  177  108  208 -142  255  210   96 -324
 223  188   51 -301  230  160   51 -259  255  183
 153 -278   55   31   77  -40  173  156 -101 -269
 106   54  125  -75  244  182  -47 -309  259  163
 109 -270  362  273  -45 -480  171  121    1 -208
 246  143   92 -221  460  244  251 -417  233  168
 105 -267  177   89   89 -148  143   81   23 -120
```

```
   8   48   13  -69  245  182  158 -286  239  181
 -93 -308  188   87  207 -118  137   88  157 -113
 262  175  194 -275  167  140   71 -223  204  174
 -43 -289  128   67    8 -107  173  132   39 -201
 221  126   57 -157  159  130   17 -191   91   43
  93  -60   86   57  147  -64  152   92   70 -128
 203  140   95 -211  355  339 -251 -604  165  132
 160 -194  306  204  117 -323  226  179  -35 -300
 225  153   58 -253  264  171   75 -290  185  103
   7 -174  219  136   95 -215  362  282  385 -383
 178  127  -18 -223  138   87  196  -99  144  100
 110 -128  203  173   97 -250  270  162  231 -253
 188  146   47 -231  180  160  -42 -272  231  176
  36 -298  259  163  109 -270  252  163   43 -282
 131   80  104 -108  416  223  567 -286  134   83
 104 -115  149  119  145 -156  159   95    6 -147
 171   89   17 -148  139   80   20 -118  124   66
 173  -87  192  168  -10 -280  259  176  176 -254
 472  257  151 -432  191  109    1 -184  192  130
  15 -229  138   87  196  -99  164  120   94 -164
 141   98  102 -126  230  148  -11 -267  275  193
 -65 -336  223  153  153 -224  429  222  156 -396
 242  180  -74 -308  252  163   43 -282  135   53
  47  -84  108   66  223  -75   98   65  135  -86
 392  267  454 -359  190  138  -53 -239  292  202
  13 -345  223  153  153 -224  354  220  503 -275
 169  115   69 -164  244  177   -8 -305  158   80
 124 -122  287  218  120 -340  150   89  -18 -141
 147   75  131  -98  279  184   85 -311  183  124
  16 -218  240  186  117 -275  223  152   17 -253
 235  154  196 -232  169  104  180 -146  164  101
 206 -129  192  128  512 -128
```

Barbara Hammer
Institut of Informatics

Matrizen III

- Decodieren
- mithilfe der Inversen von M. Die Matrix M muss dazu invertierbar sein!

$$137 \quad 93 \quad 42 \quad -153 \quad 239 \quad 155 \quad 75 \quad -238 \quad 82 \quad 52 \quad 132 \quad -56$$

$$= M(8\ 5\ 12\ 12)^t \; M(15\ 27\ 23\ 15)^t \; M\ (18\ 12\ 4\ 0)^t$$

$$\rightarrow M^{-1}*(137\ 93\ 42\ -153)^t \; M^{-1}*(239\ 155\ 75\ -238)^t \; M^{-1}*(82\ 52\ 132\ -56)^t$$

$$= M^{-1}M(8\ 5\ 12\ 12)^t \; M^{-1}M(15\ 27\ 23\ 15)^t \; M^{-1}M\ (18\ 12\ 4\ 0)^t$$

→ *8 5 12 12 15 27 23 15 18 12 4 0*

→ *8 5 12 12 15 27 23 15 18 12 4*

→ hello world

Matrizen III

→ *decryptmatrix.m*

```
function [erg] = decryptmatrix(text,matrix)

erg=[];
if (nargin<1)     fprintf('keine Eingabe');    return
end

if (nargin<2 || isempty(matrix) || sum(size(matrix) ~= size(matrix')) || det(matrix)==0 )
   matrix = [3 1 4 5; 2 1 1 5; 8 -2 3 -4; -2 -1 -2 -9]^-1;
   fprintf('decryption matrix is '); matrix
end

[m n] = size(text);
[k l] = size(matrix);
if mod(n,l)~=0
   fprintf('Keine Codierung mit der Matrix möglich, falsche Länge\n');    return
end

for i=1:l:n-l+1
   text(i:i+l-1) = matrix * text(i:i+l-1)';
end
```

Matrizen III

```
alphabet = ['a' : 'z',' ', 'A' : 'Z', '0' : '9', '.', ',', ';', '-'];
[m k] = size(alphabet);
zahlen = [1 : k];

ende = n;
epsilon=exp(-10);
while (ende>0 && abs(text(ende))<epsilon)  %Achtung: numerische Gleichheit
   text = text(1:ende-1);
   ende = ende-1;
end

erg ='a';  %Matlab zwingen, Buchstaben auszugeben

for i=1:ende
   for j=1:k
      if (abs(text(i)-zahlen(j))<epsilon)
         erg(i)=alphabet(j);
      end
   end
end
```

Matrizen III

Chapter one.
In which Phileas Fogg and Passepartout accept each other, the one as master, the other as man.

Mr. Phileas Fogg lived, in 1872, at No. 7, Saville Row, Burlington Gardens, the house in which Sheridan died in 1814. He was one of the most noticeable members of the Reform Club, though he seemed always to avoid attracting attention; an enigmatical personage, about whom little was known, except that he was a polished man of the world. People said that he resembled Byron - at least that his head was Byronic; but he was a bearded, tranquil Byron, who might live on a thousand years without growing old.